

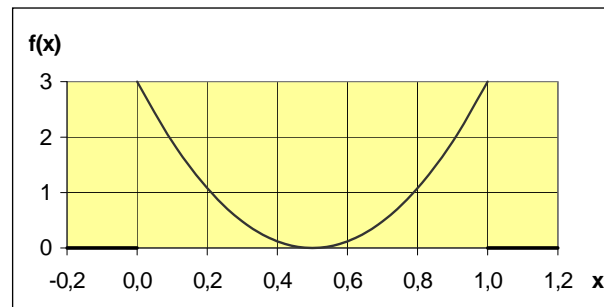
Aufgabe 6.4

a) $f_X(x) = 12x^2 - 12x + 3$

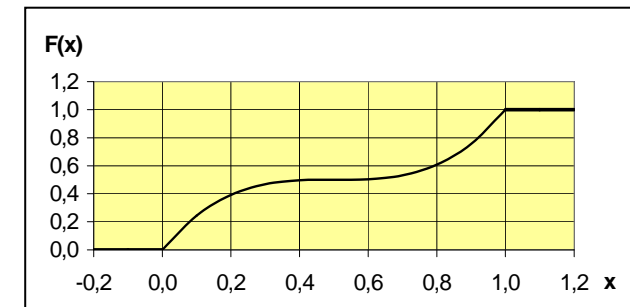
b) Wertetabelle

x	0	0,2	0,5	0,8	1
$f_X(x)$	3	1,080	0	1,080	3
$F_X(x)$	0	0,392	0,5	0,608	1

Dichtefunktion



Verteilungsfunktion



c) $E[X] \stackrel{(6.14)}{=} \int_0^1 (12x^3 - 12x^2 + 3x) dx = \left[3x^4 - 4x^3 + 1,5x^2 \right]_0^1 = 3 - 4 + 1,5 = \mathbf{0,5}$ (Symmetrie!)

$V[X] \stackrel{(6.16)}{=} \int_0^1 (12x^4 - 12x^3 + 3x^2) dx - (0,5)^2 = \left[2,4x^5 - 3x^4 + x^3 \right]_0^1 - 0,25 = 2,4 - 3 + 1 - 0,25 = \mathbf{0,15}$

d) $P(X \geq 0,4) \stackrel{(5.14)}{=} 1 - P(X < 0,4) \stackrel{(6.11)}{=} 1 - F_X(0,4) = 1 - (4 \cdot (0,4)^3 - 6 \cdot (0,4)^2 + 3 \cdot 0,4) = 1 - 0,496 = \mathbf{0,504}$

$P(|X - 0,5| \leq 0,3) = P(0,2 \leq X \leq 0,8) \stackrel{(6.12)}{=} F_X(0,8) - F_X(0,2) \stackrel{b)}{=} 0,608 - 0,392 = \mathbf{0,216}$

Aufgabe 6.4 (Fortsetzung)

e) Für die lineare Transformation $Y = c + dX$ gilt:

$$W_X = [0;1] \text{ und } W_Y = [-1;1] \Rightarrow c + d \cdot 0 = -1 \text{ und } c + d \cdot 1 = 1 \Rightarrow c = -1 \text{ und } d = 2 \text{ d.h. } Y = 2X - 1$$

$$\text{f) } f_Y(y) \stackrel{(6.20)}{=} \frac{1}{|2|} f_X\left(\frac{y+1}{2}\right) \stackrel{\text{a)}}{=} \frac{12}{2} \left(\frac{y+1}{2}\right)^2 - \frac{12}{2} \left(\frac{y+1}{2}\right) + \frac{3}{2} = (1,5y^2 + 3y + 1,5) - (3y + 3) + 1,5 = \mathbf{1,5y^2} \quad \text{für } y \in [-1;1]$$

$$F_Y(y) \stackrel{(6.21)}{=} F_X\left(\frac{y+1}{2}\right) = 4\left(\frac{y+1}{2}\right)^3 - 6\left(\frac{y+1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y+1}{2}\right) = (0,5y^3 + 1,5y^2 + 1,5y + 0,5) - (1,5y^2 + 3y + 1,5) + (1,5y + 1,5) = \mathbf{0,5y^3 + 0,5} \\ \text{für } y \in [-1;1]$$

$$E[Y] \stackrel{(6.22)}{=} -1 + 2 \cdot E[X] \stackrel{\text{c)}}{=} -1 + 2 \cdot 0,5 = \mathbf{0}$$

$$V[Y] \stackrel{(6.23)}{=} 2^2 \cdot V[X] \stackrel{\text{c)}}{=} 4 \cdot 0,15 = \mathbf{0,6}$$